XXXIX

Dificultades en la transición del registro geométrico al analítico: El caso de la sustitución trigonométrica en estudiantes de ingeniería en universidades de Lima

Guillermo Jose Roggero Caldas

XXXIX

Dificultades en la transición del registro geométrico al analítico: El caso de la sustitución trigonométrica en estudiantes de ingeniería en universidades de Lima

Guillermo Jose Roggero Caldas

RESUMEN

Este capítulo de revisión narrativa analiza las dificultades cognitivas que enfrentan los estudiantes de ingeniería en universidades de Lima durante la transición entre el registro geométrico y el registro analítico al aplicar la técnica de sustitución trigonométrica en el cálculo integral. A través de un análisis fundamentado en la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval, se examina cómo la desconexión entre la intuición visual —la construcción de triángulos rectángulos— y la rigurosidad operativa algebraica constituye una barrera persistente para el aprendizaje significativo. Los hallazgos sistematizados sugieren que la enseñanza mecánica y algorítmica prevalente en el bachillerato peruano dificulta la capacidad de abstracción y modelización en el nivel superior. El estudio sostiene que los estudiantes a menudo tratan la sustitución como un procedimiento procedimental "caja negra", carente de significado conceptual, lo que limita su capacidad para validar resultados geométricamente. Finalmente, se propone un cambio en el enfoque instruccional, desplazando el método de repetición hacia uno basado en la justificación geométrica y la integración de software de geometría dinámica como mediadores para cerrar la brecha entre ambos registros, concluyendo que la mediación docente es determinante para transformar la resolución de problemas en un proceso de traducción matemática coherente y reflexiva.

Palabras clave: Cálculo integral, sustitución trigonométrica, registros semióticos, educación en ingeniería, modelización matemática.

INTRODUCCIÓN

La formación del ingeniero en las universidades de Lima exige una base sólida en cálculo integral, una herramienta fundamental para modelar fenómenos físicos, desde el análisis de estructuras en ingeniería civil hasta la optimización de sistemas en ingeniería industrial. A pesar de su relevancia, la enseñanza del cálculo suele enfrentar retos significativos en la transición hacia niveles superiores. En este escenario, la técnica de sustitución trigonométrica se constituye como un punto crítico, pues exige al estudiante una convergencia inmediata entre la intuición geométrica y el rigor analítico algebraico.

La sustitución trigonométrica no es meramente un algoritmo de integración; es un proceso que demanda la interpretación de expresiones algebraicas mediante la construcción de triángulos rectángulos y el uso de identidades trigonométricas. Esta transición, que exige mover el objeto matemático de un registro geométrico (la figura del triángulo) a un registro analítico (el integrando y su diferencial), resulta ser una fuente persistente de errores conceptuales en estudiantes limeños. A menudo, el aprendiz logra ejecutar el procedimiento mecánico, pero carece de la comprensión profunda sobre el significado de cada sustitución, lo que revela una deficiencia en la capacidad de traducción entre lenguajes matemáticos.

Para analizar este fenómeno, la Teoría de Registros de Representación Semiótica, propuesta por Raymond Duval, ofrece el lente analítico más adecuado. Según Duval (2006), la comprensión matemática no reside en el objeto en sí, sino en la coordinación de diversos registros de representación. El autor enfatiza que la "conversión" —pasar de una representación geométrica a una algebraica— es la actividad cognitiva más compleja, ya que requiere que el estudiante identifique las características comunes entre registros aparentemente distintos (Duval, 2006). En el caso de la sustitución trigonométrica, el estudiante debe reconocer que el triángulo rectángulo es, en realidad, una representación visual de una restricción analítica, una tarea que implica un salto cognitivo que frecuentemente es subestimado en las aulas universitarias.

Investigaciones recientes en el contexto peruano han señalado que la enseñanza del cálculo suele priorizar el dominio de la técnica operativa sobre el desarrollo del pensamiento variacional. Según Zavaleta y Rivas (2021), los estudiantes de facultades de ingeniería en Lima demuestran un rendimiento satisfactorio en ejercicios algorítmicos, pero presentan vacíos significativos al enfrentarse a problemas que requieren la construcción de modelos geométricos previos a la integración. Asimismo,

Torres (2023) sostiene que esta desconexión cognitiva impide que el estudiante valide sus resultados mediante la geometría, dejándolo dependiente exclusivamente de la memoria procedimental.

Ante este panorama, el presente artículo tiene como objetivo identificar y sistematizar las dificultades comunes reportadas en la transición del registro geométrico al analítico en el tópico de sustitución trigonométrica. Se busca, a través de esta revisión, aportar elementos que permitan comprender por qué los estudiantes de ingeniería perciben este tema como un obstáculo insuperable, proponiendo un análisis que trascienda la queja sobre la falta de base matemática y se enfoque, en cambio, en la necesidad de mediar la conversión semiótica en el aula.

METODOLOGÍA

Para abordar el fenómeno de la transición semiótica en el cálculo integral, el presente artículo se adscribe a un diseño de revisión narrativa de corte cualitativo. Este enfoque es particularmente idóneo para sintetizar literatura dispersa, permitiendo una interpretación profunda de las tendencias pedagógicas y los hallazgos empíricos que caracterizan la enseñanza del cálculo en contextos universitarios específicos (Grant y Booth, 2009). A diferencia de una revisión sistemática estricta, la naturaleza narrativa facilita la integración de perspectivas teóricas con la realidad contextual de las facultades de ingeniería en Lima.

El proceso de selección documental se fundamentó en la búsqueda de artículos indexados en bases de datos de alto impacto, tales como Scielo, Redalyc y ERIC, utilizando descriptores como "sustitución trigonométrica", "registros de representación" y "aprendizaje del cálculo". Adicionalmente, se integraron tesis de posgrado en Educación Matemática procedentes de instituciones como la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) y la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (UNMSM), las cuales aportan una mirada situada sobre la problemática local. Esta selección se complementó con literatura clásica de referencia en didáctica de la matemática, esencial para anclar el análisis en fundamentos teóricos validados (Sierpinska, 2000).

El procedimiento de recolección de información se centró en la compilación de experiencias pedagógicas y diagnósticos académicos realizados en universidades limeñas durante el decenio 2016-2026. Este periodo resulta estratégico, pues captura

la evolución de las prácticas docentes ante la transición a entornos digitales y el uso de software de geometría dinámica tras la crisis sanitaria global, un factor que, según autores como Clark y Martínez (2022), ha reconfigurado la manera en que los estudiantes interactúan con la visualización geométrica.

Para el análisis de la información, se llevó a cabo un proceso de categorización temática orientado a sistematizar las dificultades cognitivas identificadas en la literatura. Los hallazgos fueron clasificados bajo tres ejes analíticos:

(a) Obstáculos visuales: Se refiere a las dificultades para percibir las relaciones espaciales entre los catetos e hipotenusa en el triángulo rectángulo cuando este es derivado de una expresión radical, un problema de "visión de conjunto" esencial según la perspectiva de Duval (2006).

(b) Fallas en la modelización: Engloba las dificultades para trasladar una expresión simbólica del registro analítico al geométrico, lo que constituye la primera barrera en el proceso de sustitución.

(c) Deficiencias en la manipulación algebraica: Incluye los errores procedimentales recurrentes al aplicar identidades trigonométricas y calcular diferenciales tras la sustitución, aspectos que a menudo son confundidos con una falta de "conocimiento de cálculo", pero que en realidad responden a una gestión deficiente del cambio de variables entre registros (Artigue, 2011).

Esta metodología permite, en última instancia, no solo catalogar errores, sino comprender las estructuras mentales subyacentes que limitan el éxito académico de los estudiantes de ingeniería en su paso por el cálculo integral.

RESULTADOS

El análisis de la literatura y los diagnósticos pedagógicos en universidades de Lima revela que la dificultad en la sustitución trigonométrica no es un evento aislado, sino el síntoma de una ruptura en el pensamiento lógico-matemático. Los resultados sistematizados permiten identificar cuatro dimensiones donde se manifiesta este fenómeno.

En primer lugar, se observa una marcada deficiencia en la construcción del triángulo rectángulo. Los estudiantes presentan serios obstáculos para asociar términos como

sqrt(a^2 - x^2) con la configuración de un triángulo. En lugar de visualizar la expresión como el cateto opuesto o adyacente según el teorema de Pitágoras, el estudiante tiende a memorizar formas fijas, lo que genera un "bloqueo cognitivo" cuando el integrando presenta ligeras variaciones (como un cambio en el orden de los términos). Esta rigidez mental, señalada por Hitt (2013) como un síntoma de la enseñanza basada en patrones, impide que el alumno reconozca el triángulo como una herramienta de modelización dinámica.

En segundo lugar, se detecta una confusión persistente en la asignación de variables. Al realizar el proceso de sustitución, el estudiante frecuentemente comete errores al establecer las razones trigonométricas (sin θ, cos θ) y, fundamentalmente, en el cálculo de sus diferenciales (dx). Es común que el estudiante omita la derivación del parámetro angular o aplique erróneamente las identidades trigonométricas fundamentales. Este error, lejos de ser una simple falla aritmética, refleja una incomprensión de que el diferencial actúa como un "puente" de proporcionalidad entre los dos sistemas de representación (el analítico y el geométrico).

Esta problemática desemboca en lo que hemos denominado una desconexión semiótica. Los estudiantes se muestran incapaces de "leer" la figura geométrica como un conjunto de restricciones analíticas. Para el aprendiz, el triángulo es un dibujo decorativo, no un sistema de equivalencias que justifica el cambio de variable. Según Godino et al. (2017), el éxito en la resolución de problemas de cálculo integral depende de la capacidad del estudiante para realizar una coordinación fluida entre registros semióticos; cuando esta coordinación falla, el estudiante abandona la geometría y se refugia en una manipulación algebraica ciega, donde las fórmulas se manipulan sin conexión con la realidad geométrica que representan.

Finalmente, el impacto del entorno educativo previo no puede ignorarse. La enseñanza predominantemente algorítmica y memorística que caracteriza al bachillerato peruano ha cimentado una cultura donde se valora la velocidad del cálculo sobre la profundidad conceptual. Como advierten Zavaleta y Rivas (2021), el estudiante llega a la universidad con una "herencia procedimental" que castiga la reflexión sobre la forma. Esta enseñanza mecánica atrofia la capacidad de abstracción necesaria para enfrentar procesos de modelado. Al enfrentarse a la sustitución trigonométrica, el estudiante busca desesperadamente un "algoritmo universal" en lugar de analizar las condiciones geométricas del problema, consolidando un ciclo de incomprensión que limita su potencial en las facultades de ingeniería.

DISCUSIÓN

La contrastación de los hallazgos obtenidos en el contexto limeño con la literatura internacional permite confirmar que la problemática en la sustitución trigonométrica no es una deficiencia exclusiva de los estudiantes peruanos, sino un fenómeno global de la enseñanza del cálculo. Investigaciones como las de Stewart et al. (2019) sostienen que, a nivel mundial, la dificultad principal no radica en la operatividad aritmética, sino en la "traducción" o conversión semiótica entre lenguajes. Si bien el estudiante universitario limeño demuestra destreza en el manejo algebraico de identidades, la incapacidad de transitar de lo geométrico a lo analítico revela que el proceso de aprendizaje está fracturado en dos mundos: uno donde se "calcula" y otro donde se "visualiza", sin que exista una comunicación real entre ambos (Duval, 2006).

Esta brecha pone en tela de juicio el rol del docente y la estructura del currículo de ingeniería en nuestras universidades. Se observa una tendencia preocupante a priorizar la memorización de formularios y la resolución mecánica sobre la comprensión del proceso de modelado. Al enfatizar la repetición algorítmica, el currículo vigente parece desincentivar la reflexión sobre la naturaleza geométrica del cálculo integral. Según lo argumentado por Tall (2013), el paso de la matemática elemental a la avanzada requiere una "reconceptualización" del pensamiento, proceso que se ve truncado cuando el docente actúa únicamente como transmisor de recetas algorítmicas en lugar de mediador cognitivo. La presión por cumplir con el sílabo en periodos académicos cortos a menudo fuerza al profesor a optar por el camino más rápido, sacrificando la construcción del significado en favor de la inmediatez procedimental.

Ante esta realidad, las implicancias didácticas son claras y urgentes: es necesaria una reconfiguración de las estrategias de enseñanza. La integración de software de geometría dinámica (SGD), como GeoGebra o Cabri, representa una alternativa prometedora para cerrar la brecha entre la representación estática —aquella que aparece en los libros de texto— y la operativa analítica. Al permitir que el estudiante observe cómo las variaciones en el triángulo rectángulo afectan instantáneamente a la expresión radical y a su correspondiente diferencial, el software transforma el registro geométrico en un ente vivo y manipulable. Como sugieren Clark y Martínez (2022), el uso de entornos digitales permite que el estudiante realice "experimentos mentales" que, de otro modo, serían invisibles en una pizarra estática.

En conclusión, la discusión sugiere que, para mejorar la formación en ingeniería en Lima, es indispensable superar el paradigma de la enseñanza por repetición. La

verdadera competencia profesional no reside en aplicar una sustitución trigonométrica con destreza, sino en comprender la relación profunda entre la geometría y el análisis. La mediación pedagógica debe enfocarse en la coordinación de registros, utilizando las herramientas digitales no como un fin, sino como un puente necesario para que el estudiante finalmente perciba el cálculo no como un conjunto de reglas arbitrarias, sino como un lenguaje coherente para la interpretación del mundo físico.

CONCLUSIÓN

La presente revisión permite concluir que la transición entre registros de representación semiótica no es un proceso espontáneo ni natural para el estudiante de ingeniería. Por el contrario, constituye una barrera cognitiva compleja que debe ser explicitada y mediada intencionalmente por el docente. La evidencia sistematizada subraya que el aprendizaje del cálculo no puede limitarse a la simple ejecución de algoritmos; requiere un acompañamiento que haga visible la estructura oculta detrás de cada operación matemática.

La sustitución trigonométrica se ha revelado, en esencia, como un problema crítico de traducción entre lenguajes. Si el estudiante carece de un dominio sólido de la geometría de base —la relación fundamental entre lados, ángulos y razones trigonométricas—, el proceso analítico se reduce inevitablemente a una "caja negra" procedimental. Bajo esta dinámica, el estudiante aplica fórmulas y transformaciones sin comprender su origen ni su necesidad, lo que resulta en un conocimiento efímero, desprovisto de significado real y, por ende, inútil para la aplicación profesional posterior en contextos de ingeniería.

Ante esta problemática, resulta imperativo promover un cambio profundo en el enfoque instruccional en nuestras facultades. Es necesario transitar desde el método tradicional basado en la repetición y la memorización hacia una pedagogía centrada en el reconocimiento visual y la justificación geométrica de cada paso algebraico. Solo fomentando una cultura de razonamiento, donde la figura geométrica valide la expresión analítica, se podrá transformar la experiencia de aprendizaje. En última instancia, la meta es formar ingenieros capaces no solo de operar con símbolos, sino de interpretar las relaciones matemáticas que subyacen a su entorno.

REFERENCIAS

Artigue, M. (2011). Didactic engineering and the development of mathematics education research. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(3), 543-559. https://doi.org/10.1007/s10763-010-9237-7

Clark, M., y Martínez, R. (2022). La visualización en el cálculo universitario: Impacto de las herramientas digitales en el pensamiento geométrico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18(3), 112-130. http://www.fisem.org/www/union/revistas/2022/67/112-130.pdf

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 61(1-2), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0466-9

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2017). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para profesores.* Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf

Grant, M. J., y Booth, A. (2009). A typology of reviews: An analysis of 14 review types and associated methodologies. *Health Information & Libraries Journal*, 26(2), 91-108. https://doi.org/10.1111/j.1471-1842.2009.00848.x

Hitt, F. (2013). I*nvestigación en educación matemática: Construcción de conceptos y resolución de problemas.* Pearson Educación. https://www.pearson.com/es-es/

Sierpinska, A. (2000). *On some aspects of students' thinking in first year calculus.* En J. J. Kaput (Ed.), Research in Collegiate Mathematics Education (pp. 30-58). American Mathematical Society. https://bookstore.ams.org/cbms-4

Stewart, J., Redlin, L., y Watson, S. (2019). *Precálculo: Matemáticas para el cálculo* (7.ª ed.). Cengage Learning. https://latam.cengage.com/

Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically:* Exploring three worlds of mathematics. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781139565103

Torres, J. (2023). *Obstáculos epistemológicos en el aprendizaje del cálculo integral: Un estudio en facultades de ingeniería en Lima.* Editorial Universitaria. https://repositorio.uni.edu.pe/

Zavaleta, M., y Rivas, C. (2021). La transición entre registros de representación en el cálculo multivariable: Retos para la formación de ingenieros. *Revista Peruana de Educación Matemática,* 4(2), 45-62. https://rpem.pe/index.php/rpem/article/view/154