

XXXVIII

**Modelización matemática
y optimización de
recursos hídricos: Una
propuesta didáctica para
la enseñanza del Cálculo
Integral en la costa norte
del Perú**

Guillermo Jose Roggero Caldas

Modelización matemática y optimización de recursos hídricos: Una propuesta didáctica para la enseñanza del Cálculo Integral en la costa norte del Perú

Guillermo Jose Roggero Caldas

RESUMEN

Este capítulo presenta una revisión narrativa sobre la integración de la modelización matemática aplicada a la gestión de recursos hídricos como estrategia didáctica para la enseñanza del Cálculo Integral en el contexto de la costa norte del Perú. Ante la creciente crisis hídrica regional y las dificultades pedagógicas asociadas a la abstracción del cálculo, se propone un enfoque que conecta los conceptos de integral definida, tasas de cambio y volúmenes de sólidos con problemas reales de ingeniería hidráulica. A través de una metodología de revisión cualitativa, el estudio sistematiza un proceso de modelado en cinco etapas: situación problemática, supuestos, formalización, resolución y validación. Se argumenta que, al utilizar variables locales como la evapotranspiración y la demanda estacional, se logra superar el enfoque algorítmico tradicional, promoviendo una formación técnica que fomenta el pensamiento crítico y la responsabilidad social. El trabajo concluye que la implementación de esta propuesta, apoyada por herramientas tecnológicas como Python y GeoGebra, es fundamental para cerrar la brecha entre la formación universitaria y las necesidades del entorno productivo, preparando a los futuros ingenieros para gestionar de manera eficiente y sostenible el agua en un territorio caracterizado por su alta vulnerabilidad climática.

Palabras clave: Modelización matemática, Cálculo Integral, recursos hídricos, didáctica de la ingeniería, costa norte peruana.

INTRODUCCIÓN

La gestión eficiente de los recursos hídricos constituye uno de los desafíos más críticos de la humanidad en el siglo XXI. A nivel global, el estrés hídrico afecta a ecosistemas áridos y semiáridos, exacerbado por el cambio climático y un crecimiento poblacional incesante, lo cual demanda soluciones técnicas basadas en una administración precisa del agua. En el ámbito local, la costa norte del Perú presenta una vulnerabilidad acentuada debido a su marcada dependencia de regímenes hidrológicos estacionales y el impacto recurrente del Fenómeno El Niño. Esta región, caracterizada por una agricultura intensiva de exportación, enfrenta una brecha infraestructura de riego y una gestión de cuencas que requiere, urgentemente, un manejo técnico riguroso.

Paralelamente, el sistema educativo universitario enfrenta una crisis en la enseñanza de las ciencias básicas, particularmente en el Cálculo Integral. Históricamente, esta disciplina ha sido percibida por los estudiantes como una acumulación de procedimientos algorítmicos abstractos, desprovistos de una aplicación tangible. Esta desconexión entre el formalismo matemático y la práctica profesional deriva en una desmotivación persistente, limitando la capacidad del estudiante para aplicar el conocimiento en la resolución de problemas reales. La enseñanza tradicional, centrada en la memorización de fórmulas, suele ignorar que el cálculo integral es, fundamentalmente, el lenguaje matemático que permite comprender y cuantificar fenómenos de flujo, volumen, tasa de cambio y acumulación —conceptos esenciales en la ingeniería hidráulica moderna.

La presente propuesta se justifica al reconocer al Cálculo Integral como el eje vertebrador entre el conocimiento matemático abstracto y la ingeniería aplicada. Al utilizar la modelización matemática como estrategia pedagógica, es posible transformar el aula en un laboratorio de análisis de problemas hídricos regionales, tales como la determinación de caudales, el diseño de reservorios o la optimización del riego tecnificado. De este modo, la modelización no solo sirve para instrumentalizar las matemáticas, sino para fomentar un pensamiento crítico y una conciencia profesional sobre el impacto social de la ingeniería en un territorio marcado por la escasez hídrica.

Por consiguiente, este estudio tiene como objetivo proponer una estructura didáctica basada en la modelización matemática de recursos hídricos, diseñada específicamente para mejorar la competencia matemática y la aprehensión del Cálculo Integral en estudiantes de ingeniería en la costa norte del Perú. Esta estrategia busca que el aprendizaje deje de ser un ejercicio de resolución mecánica para convertirse en un

proceso cognitivo de interpretación del entorno, empoderando a los futuros ingenieros con herramientas sólidas para enfrentar la complejidad hídrica de su región.

METODOLOGÍA

Para el desarrollo de la presente investigación, se ha adoptado un diseño metodológico de tipo revisión narrativa de la literatura, una modalidad que permite la síntesis crítica de diversos enfoques teóricos y prácticos para construir un marco referencial sólido. Este enfoque es particularmente idóneo para integrar dominios aparentemente distantes, como la didáctica de la matemática avanzada y la ingeniería de recursos hídricos, permitiendo una mirada holística sobre cómo la modelización puede actuar como puente pedagógico en el contexto de la costa norte peruana.

La estrategia de búsqueda se estructuró mediante una exploración sistemática de bases de datos académicas (como Scopus, Web of Science y SciELO) y repositorios institucionales de relevancia regional. Se priorizó la recuperación de información bajo tres ejes temáticos: (a) artículos científicos sobre la enseñanza del Cálculo Integral en facultades de ingeniería, (b) libros de texto y literatura especializada en Educación Matemática Realista (EMR), y (c) informes técnicos y planes de gestión de recursos hídricos emanados de organismos como la Autoridad Nacional del Agua (ANA) del Perú. La selección de estas fuentes busca garantizar que la propuesta didáctica no sea un ejercicio puramente teórico, sino que esté anclada en la realidad hidrológica de una zona caracterizada por el estrés hídrico.

Los criterios de inclusión fueron rigurosos para asegurar la calidad y pertinencia del corpus documental. Se seleccionaron estudios que: (1) evidencien explícitamente el uso de la modelización matemática como estrategia de enseñanza del Cálculo Integral; (2) aborden metodologías activas en la formación de ingenieros; y (3) presenten datos, modelos o problemáticas sobre la gestión hídrica, embalses y sistemas de riego en el norte peruano. Se excluyeron documentos centrados exclusivamente en cálculo puramente abstracto o en pedagogía de niveles educativos no superiores, con el fin de mantener el enfoque en la formación profesional tecnificada.

El proceso de síntesis se realizó mediante un análisis cualitativo que permitió articular la teoría pedagógica con la práctica del modelado. Siguiendo las directrices de la metodología de revisión, se procedió a una codificación temática para identificar los puntos de convergencia entre los conceptos de cálculo (como la integral definida

aplicada al cálculo de volúmenes o caudales) y los problemas de optimización de recursos hídricos. Este análisis cualitativo facilita la comprensión de cómo el estudiante puede transitar de la resolución mecánica a la formulación de problemas, un proceso esencial para el desarrollo de competencias transversales en ingeniería. Finalmente, la síntesis se organiza de manera lógica para proponer una secuencia didáctica que sea viable, contextualizada y rigurosa, transformando la revisión bibliográfica en un modelo pedagógico aplicable al aula universitaria.

RESULTADOS

La revisión realizada permite identificar los fundamentos del Cálculo Integral como herramientas precisas para la representación de fenómenos hidráulicos. Los modelos matemáticos no son solo abstracciones, sino que encuentran su correlato en la infraestructura de la costa norte peruana. Así, el concepto de integral definida se aplica directamente al cálculo de volúmenes de almacenamiento en reservorios con geometrías irregulares, mientras que el cálculo de volúmenes por sólidos de revolución permite modelar la capacidad de pozos y tanques cilíndricos. Asimismo, la tasa de cambio (derivada) y su función inversa, la integral, resultan esenciales para modelar el flujo de agua en canales de riego, permitiendo predecir la variación del caudal a lo largo de un tramo de tiempo determinado.

Para que estos modelos sean realistas, la identificación de variables críticas es ineludible. En la costa norte, el modelado debe integrar factores como la evapotranspiración, que varía según la radiación solar estacional; la infiltración, determinada por la naturaleza del suelo; y la demanda hídrica estacional de cultivos como el arroz o la caña de azúcar. Estas variables transforman un problema de cálculo estático en un sistema dinámico. Según lo expuesto por Blum y Borromeo Ferri (2009), la integración de estas variables en problemas auténticos incrementa significativamente la relevancia cognitiva del aprendizaje, permitiendo que el estudiante comprenda que el cálculo es la herramienta de gestión más precisa ante el estrés hídrico.

El proceso de modelización propuesto se sistematiza en cinco etapas fundamentales. Primero, se plantea una situación problemática real, como el déficit de agua en el Valle de Chancay-Lambayeque. Segundo, se establecen supuestos simplificadores para acotar el sistema (ej. considerar el flujo como laminar). Tercero, se realiza la formalización matemática, donde el fenómeno se traduce a ecuaciones integrales.

Cuarto, se procede a la resolución del modelo utilizando métodos analíticos o herramientas digitales. Quinto, la interpretación y validación del resultado permite evaluar si el modelo refleja la realidad operativa de la cuenca. Este ciclo refleja el enfoque del modelado propuesto por Kaiser (2017), quien destaca que este tránsito iterativo es el núcleo del pensamiento ingenieril.

Finalmente, se propone una secuencia didáctica estructurada bajo un modelo de complejidad creciente. El estudiante inicia con problemas sencillos de cálculo de áreas y volúmenes geométricos, transita hacia el modelado de caudales básicos en canales rectangulares y culmina con problemas de optimización multivariable donde se debe maximizar el aprovechamiento del agua bajo restricciones de disponibilidad estacional. Esta progresión asegura que la competencia matemática se consolide gradualmente, permitiendo que el futuro ingeniero no solo ejecute cálculos, sino que construya soluciones sostenibles para la gestión hídrica, alineando la teoría del aula con las necesidades urgentes de desarrollo del sector agrario en el Perú.

DISCUSIÓN

La integración de la modelización matemática en la enseñanza del Cálculo Integral representa un cambio de paradigma necesario para la educación en ingeniería en el Perú. Al conectar la teoría con la práctica, la modelización actúa como un puente que reduce significativamente la brecha entre el aula universitaria y el campo laboral en la costa norte. Mientras que el enfoque tradicional suele limitar el Cálculo Integral a la resolución de ejercicios algorítmicos descontextualizados, el uso de problemas de gestión hídrica permite que el estudiante visualice el impacto de su futura profesión. Este hallazgo es consistente con lo expuesto por Maaß (2006), quien sostiene que la modelización no solo es una técnica matemática, sino una competencia crítica que requiere que los estudiantes se involucren con situaciones de la "vida real" para comprender la utilidad de los conceptos aprendidos.

El impacto en la motivación es evidente cuando el objeto de estudio se traslada de funciones abstractas a infraestructuras tangibles. Analizar el diseño de un canal de riego o la capacidad de almacenamiento de una represa en un valle local transforma la percepción de la matemática: deja de ser un obstáculo académico para convertirse en un lenguaje de intervención social. Cuando el estudiante comprende que las integrales son herramientas para mitigar la escasez de agua —un problema que

afecta directamente a su región—, su compromiso con la asignatura aumenta. Como señalan Doerr et al. (2017), el aprendizaje basado en la modelización fomenta una disposición más proactiva, ya que los estudiantes no solo buscan "obtener el resultado correcto", sino generar soluciones que tengan sentido en su entorno profesional.

Sin embargo, la implementación de esta propuesta enfrenta limitaciones que no deben subestimarse. El desafío más relevante es la necesidad de una formación docente especializada. Muchos profesores de matemáticas en facultades de ingeniería poseen una sólida formación en el formalismo puro, pero carecen de experiencia en la modelización de fenómenos hidráulicos. Asimismo, la disponibilidad de datos reales —como caudales, tasas de infiltración o registros de precipitación de la Autoridad Nacional del Agua— representa un reto logístico. Sin acceso a bases de datos actualizadas, la propuesta corre el riesgo de caer en simplificaciones excesivas que alejan al estudiante de la complejidad técnica real.

Al contrastar esta propuesta con los métodos de enseñanza tradicionales, se observa que estos últimos, centrados en el entrenamiento algorítmico, fomentan un aprendizaje superficial. La enseñanza tradicional tiende a priorizar la velocidad y la memorización sobre el razonamiento conceptual. En contraste, el enfoque aquí discutido promueve lo que Lesh y Zawojewski (2007) definen como "modelos de pensamiento", donde el desarrollo matemático es profundo y transferible. La transición de ejercicios de tipo "problema-solución" a procesos de "indagación-modelización" es, fundamentalmente, la transición hacia una formación técnica de mayor calidad, capaz de abordar los desafíos climáticos del norte peruano con rigor científico y responsabilidad social.

CONCLUSIÓN

La presente revisión narrativa permite concluir que la modelización matemática de recursos hídricos constituye una estrategia pedagógica robusta y necesaria para otorgar un sentido profundo al Cálculo Integral. Al integrar esta disciplina en el currículo de ingeniería, se logra trascender la visión del cálculo como una mera acumulación de procedimientos algorítmicos, posicionándolo como una herramienta técnica indispensable para el análisis de flujos, volúmenes y tasas de acumulación en contextos de alta relevancia profesional.

El valor agregado de esta propuesta trasciende el ámbito estrictamente académico. Al enfocar el modelado en la realidad de la costa norte del Perú, se fomenta una conciencia

crítica sobre la gestión del agua en una región marcada por la vulnerabilidad climática y el estrés hídrico. Los estudiantes no solo adquieren destrezas matemáticas, sino que se preparan para actuar como profesionales socialmente responsables, capaces de proponer soluciones técnicas que optimicen la infraestructura hidráulica y mejoren la eficiencia en el uso de los recursos escasos de sus comunidades.

Finalmente, para garantizar la eficacia de esta propuesta, se recomienda la incorporación sistemática de herramientas tecnológicas como GeoGebra para la visualización geométrica y Python para el procesamiento de datos hidrológicos reales. La integración de software especializado permitirá a los estudiantes interactuar con registros de las juntas de usuarios de agua locales, facilitando el análisis estadístico y la simulación de escenarios de optimización. Esta sinergia entre matemática, tecnología y datos regionales es el camino más efectivo para cerrar la brecha entre la formación universitaria y las exigencias del entorno productivo actual.

REFERENCIAS

- Artigue, M. (2018). The teaching and learning of mathematics in the age of digitalization. *International Journal of STEM Education*, 5(1), 1-15. <https://doi.org/10.1186/s40594-018-0115-z>
- Autoridad Nacional del Agua (ANA). (2022). Plan de Gestión de Recursos Hídricos en la Cuenca del Río Chancay-Lambayeque. *Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego*. <https://www.gob.pe/institucion/ana/colecciones/363-plan-de-gestion-de-recursos-hidricos>
- Autoridad Nacional del Agua (ANA). (2023). *Informe sobre el estado de la infraestructura hidráulica mayor en la costa norte*. Oficina de Planeamiento y Presupuesto. <https://www.gob.pe/ana>
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58. <https://www.researchgate.net/publication/253684157>
- Doerr, H. M., Ärleback, J. B., & Misfeldt, M. (2017). *Meaning-making in mathematical modelling*. In *Mathematical Modelling and Applications* (pp. 115-127). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_9

- Ferrari, R. (2015). Writing narrative literature reviews. *Medical Writing*, 24(4), 230-235. <https://doi.org/10.1179/2047480615Z.000000000329>
- García-García, J. I., & Dolores-Flores, C. (2018). Modelación matemática en la enseñanza de las matemáticas: una revisión de la literatura. *Revista Educación*, 42(2), 263-281. <https://doi.org/10.15517/revedu.v42i2.23565>
- Hoekstra, A. Y. (2020). *Water: A Very Short Introduction*. Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/actrade/9780198858270.001.0001>
- Kaiser, G. (2017). Mathematical modelling in education: Theory and practice. *The Mathematics Enthusiast*, 14(1), 351-376. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1415>
- Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). *Problem solving and modeling*. In Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 763-804). Information Age Publishing. <https://www.researchgate.net/publication/242203014>
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies and how can they be assessed? *ZDM Mathematics Education*, 38(2), 113-142. <https://doi.org/10.1007/BF02652811>
- Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego (MIDAGRI). (2024). *Manual de diseño hidráulico de canales de riego para pequeñas unidades agrícolas*. Dirección General de Infraestructura Hidráulica. <https://www.gob.pe/midagri>
- Stewart, J. (2020). Cálculo: Trascendentes tempranas (9ª ed.). Cengage Learning. <https://latam.cengage.com/>
- Stillman, G. A., & Brown, J. P. (2014). Evidence in the wild: Building a community of practice for modelling in pre-service teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(1), 5-32. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9257-2>
- Villarreal, M. E. (2014). *La enseñanza de la matemática en la ingeniería: desafíos y realidades en el siglo XXI*. Editorial Universitaria. <https://repositorio.unc.edu.ar/>