XXV

Conflictos semióticos y regulación metacognitiva en la transición del álgebra lineal a la física vectorial: Análisis de las transformaciones espaciales en estudiantes de ingeniería del Perú

Guillermo Jose Roggero Caldas

XXV

Conflictos semióticos y regulación metacognitiva en la transición del álgebra lineal a la física vectorial: Análisis de las transformaciones espaciales en estudiantes de ingeniería del Perú

Guillermo Jose Roggero Caldas

RESUMEN

El presente capítulo de revisión narrativa analiza los conflictos semióticos y los mecanismos de regulación metacognitiva que emergen durante la transición conceptual del álgebra lineal abstracta a la física vectorial en estudiantes de ingeniería en el Perú. El estudio examina la brecha cognitiva generada al trasponer objetos matemáticos axiomáticos —como matrices de transformación y eigenvalores— a la modelación de fenómenos dinámicos tridimensionales. A través de una metodología analítico-crítica basada en la literatura indexada en Scopus, Web of Science, SciELO y Latindex, se identifican las principales rupturas semióticas entre los registros algebraico, geométrico y analítico, así como la desarticulación curricular entre las ciencias básicas universitarias. Los hallazgos demuestran que los errores de representación espacial no son fallas puramente procedimentales, sino inconsistencias en la red de significados activada por los alumnos. Asimismo, se destaca que el control metacognitivo —mediante la planificación, el monitoreo y la evaluación constante— resulta imprescindible para superar dichos bloqueos conceptuales. En conclusión, se subraya la urgencia de rediseñar las secuencias didácticas en las facultades peruanas de ingeniería, promoviendo la integración interdisciplinaria y la autorregulación cognitiva para optimizar la enseñanza-aprendizaje de las transformaciones espaciales.

Palabras clave: Conflictos semióticos, regulación metacognitiva, álgebra lineal, física vectorial, educación en ingeniería.

ABSTRACT

This narrative review chapter analyzes the semiotic conflicts and metacognitive regulation mechanisms that emerge during the conceptual transition from abstract linear algebra to vector physics among engineering students in Peru. The study examines the cognitive gap created when transposing axiomatic mathematical objects—such as transformation matrices and eigenvalues—to the modeling of three-dimensional dynamic phenomena. Using a critical-analytical methodology based on literature indexed in Scopus, Web of Science, SciELO, and Latindex, the study identifies key semiotic ruptures between algebraic, geometric, and analytical registers, as well as the curricular disconnect within university basic sciences. Findings demonstrate that errors in spatial representation are not merely procedural failures but rather inconsistencies within the network of meanings activated by students. Furthermore, the study highlights that metacognitive control—through planning, monitoring, and constant evaluation—is essential for overcoming these conceptual blocks. In conclusion, the chapter underscores the urgent need to redesign instructional sequences in Peruvian engineering faculties, promoting interdisciplinary integration and cognitive self-regulation to optimize the teaching and learning of spatial transformations.

Keywords: Semiotic conflicts, metacognitive regulation, linear algebra, vector physics, engineering education.

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de las ciencias básicas en las carreras de ingeniería demanda la articulación fluida de conceptos abstractos y sus representaciones físicas. Sin embargo, existe una marcada brecha cognitiva entre el aprendizaje formal del álgebra lineal —que abarca el estudio de espacios vectoriales, matrices de transformación y eigenvalores— y su aplicación operativa en la física vectorial, particularmente en campos como la dinámica, el electromagnetismo, la estática y la cinemática (Poynter & Tall, 2005; Stewart et al., 2019). Mientras que el álgebra lineal suele enseñarse mediante sintaxis axiomáticas y manipulaciones simbólicas rigorosas, la física exige reinterpretar estos mismos entes matemáticos como vectores cinemáticos o fuerzas orientadas en sistemas dinámicos (Flores & Kertil, 2021). Esta disociación provoca que el estudiante conciba las transformaciones lineales como meros algoritmos algebraicos sin conectar

su significado con la rotación, deformación o traslación geométrica en el espacio tridimensional.

En el contexto de la educación superior en el Perú, esta problemática cobra una relevancia crítica. Diversos estudios en universidades peruanas evidencian serias dificultades en estudiantes de ingeniería para modelar y visualizar transformaciones espaciales en tres dimensiones (Azañedo & Ramos, 2020; Huamán, 2022). La enseñanza universitaria local ha mantenido históricamente una compartimentación curricular rígida entre los departamentos de matemáticas y física. Como resultado, los alumnos muestran limitaciones para transferir habilidades de representación matricial a situaciones donde deben analizar cambios de coordenadas o vectores de campo en el espacio físico real, lo que compromete su desempeño en asignaturas aplicadas como la mecánica de sólidos o la mecánica de fluidos.

Para abordar esta encrucijada didáctica, resulta fundamental integrar marcos teóricos sobre la representación y el control cognitivo. En primer lugar, el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (Godino et al., 2007) permite analizar los conflictos semióticos, entendidos como las desalineaciones entre la interpretación que el estudiante atribuye a una expresión semiótica (por ejemplo, una matriz o una notación vectorial) y el significado institucional esperado en la física aplicada. En segundo lugar, desde la perspectiva de la cognición situada y la psicología cognitiva, la regulación metacognitiva —que comprende la planificación, el monitoreo consciente y la evaluación de la propia actividad mental— juega un papel decisivo en la resolución de problemas físicos complejos (Flavell, 1979; Schoenfeld, 1992). La habilidad del estudiante para supervisar sus propias representaciones espaciales determine si puede detectar inobservancias de escala, errores de orientación o incoherencias semióticas al pasar del registro numérico-algebraico al diagrama vectorial.

En consecuencia, el presente artículo de revisión narrativa tiene como objetivo sintetizar el estado del arte sobre la interacción entre la semiosis de los objetos vectoriales/matriciales y los procesos de control metacognitivo del estudiante durante tareas de transformación espacial, aportando una visión integradora dirigida a mejorar la enseñanza universitaria de la ingeniería.

METODOLOGÍA

La presente investigación se configura como una revisión narrativa de corte crítico-analítico (Grant & Booth, 2009; Green et al., 2006). Este diseño metodológico resulta especialmente idóneo para la integración teórica y conceptual de fenómenos complejos que intersecan la didáctica de las matemáticas, la educación en física y la psicología cognitiva en la educación superior (Snyder, 2019). A diferencia de las revisiones sistemáticas tradicionales orientadas exclusivamente al metaanálisis cuantitativo, el enfoque narrativo-crítico permite sintetizar constructos teóricos heterogéneos —como los conflictos semióticos y los procesos metacognitivos— e interpretar su articulación en el contexto pedagógico de la formación de ingenieros (Rother, 2007).

Para garantizar la rigurosidad y representatividad de la literatura seleccionada, se fijaron criterios explícitos de elegibilidad. Se definieron como criterios de inclusión: (a) artículos de investigación empírica, ensayos teóricos y revisiones sistemáticas publicados en revistas con arbitraje por pares; (b) estudios centrados en la didáctica del álgebra lineal, la física vectorial, las transformaciones espaciales, la semiótica cognitiva y la autorregulación metacognitiva en estudiantes universitarios de ingeniería; y (c) publicaciones que aborden la problemática en el ámbito internacional, priorizando investigaciones desarrolladas en América Latina y estudios de caso aplicados al sistema universitario peruano (Mendoza & Quispe, 2021). Por el contrario, los criterios de exclusión abarcaron: (a) investigaciones orientadas exclusivamente al cálculo diferencial o integral de una variable sin integración de componentes tridimensionales ni algebraicas; (b) trabajos focalizados en la educación básica regular o secundaria; y (c) literatura gris, ponencias no arbitradas o publicaciones sin revisión por pares comprobable.

La estrategia de búsqueda bibliográfica se desplegó en cuatro bases de datos especializadas de alto impacto internacional y regional: Scopus, Web of Science (WoS), SciELO y Latindex Catálogo 2.0 (Codina, 2020). La exploración se ejecutó mediante cadenas de búsqueda booleanas que combinaron descriptores clave en español e inglés utilizando los operadores AND y OR: (“conflictos semióticos” OR “semiotic conflicts”) AND (“transformaciones espaciales” OR “spatial transformations”) AND (“álgebra lineal” OR “linear algebra”) AND (“física vectorial” OR “vector physics”) AND (“metacognición” OR “metacognition”) AND (“educación en ingeniería” OR

"engineering education").

El procesamiento de la información documental se estructuró en tres fases secuenciales: lectura analítica, categorización temática y codificación narrativa (Page et al., 2021). En la primera fase, se realizó un tamizaje inicial de títulos y resúmenes para verificar la congruencia con el objetivo del estudio. Posteriormente, se efectuó un análisis de contenido cualitativo sobre el texto completo de los artículos seleccionados, identificando unidades de significado asociadas a las dificultades de transferencia conceptual y los modelos de control cognitivo (Bardin, 2010). Finalmente, mediante una matriz de síntesis teórica, los hallazgos se codificaron en categorías emergentes que articulan la semiosis vectorial con la regulación metacognitiva en el contexto de la educación superior peruana.

RESULTADOS

Tipología de conflictos semióticos en la representación de transformaciones espaciales

La síntesis documental revela que las dificultades asociadas a las transformaciones espaciales surgen de conflictos epistémicos y ontosemióticos al transitar entre tres registros de representación: el algebraico (matrices y operadores), el geométrico (vectores orientados) y el analítico (ecuaciones diferenciales vectoriales) (Font et al., 2013; Roa-Fuentes & Oktaç, 2010). Los estudiantes suelen tratar a las matrices como arreglos numéricos estáticos sin capturar su significado operativo como transformaciones geométricas (deformación, rotación o reflexión) en el espacio tridimensional (Parraguez & Oktaç, 2010). Asimismo, la interpretación de conceptos clave como cambio de base y valores propios se complejiza cuando se trasladan a la física, donde los vectores y operadores lineales actúan como entidades dinámicas sometidas a marcos de referencia cambiantes (Salgado & Zapata, 2021). A ello se suman las incoherencias entre la semiosis institucional del aula de matemáticas —que privilegia el rigor axiomático y sintáctico— y la pragmática de la física aplicada, donde prima la intuición espacial y la modelación funcional de sistemas físicos (Beltrán & Martínez, 2019; Godino et al., 2007).

Mecanismos de regulación metacognitiva en la transición conceptual

Los hallazgos destacan que la superación de estos sesgos semióticos depende directamente de la activación de habilidades metacognitivas superioras (Flavell, 1979). En el plano de la planificación, los estudiantes con alto control metacognitivo seleccionan conscientemente la combinación de herramientas de visualización (como software de geometría dinámica estilo GeoGebra u Octave) frente al cálculo analítico algebraico puro para contrastar hipótesis espaciales (Dorier & Sierpinska, 2001; Schraw & Dennison, 1994). Igualmente, las actividades de monitoreo y evaluación permiten al estudiante detectar incongruencias entre la representación simbólica y la realidad física (por ejemplo, escalar campos de aceleración o interpretar direcciones no ortogonales) (Zohar & Barzilai, 2013). Por el contrario, cuando los mecanismos de autorregulación fallan, se observan patrones severos de bloqueo cognitivo, especialmente al abordar situaciones que demandan visualizar simultáneamente múltiples dimensiones o analizar transformaciones en marcos de referencia no inerciales (Pieschl et al., 2012).

Factores institucionales y pedagógicos en el contexto de la ingeniería en el Perú

En la educación superior de ingeniería en el Perú, la literatura evidencia que la causa estructural de estos conflictos radica en la fragmentación curricular tradicional entre los departamentos de ciencias básicas (matemáticas y física) (Azañedo & Ramos, 2020; Salazar, 2021). El álgebra lineal y la física vectorial suelen impartirse de forma desarticulada y secuencial, imposibilitando la transferencia interdisciplinaria de saberes (Huamán, 2022). Además, los programas académicos en las facultades peruanas de ingeniería asignan un espacio reducido a la enseñanza explícita del razonamiento y modelado espacial en los ciclos de formación general, lo que restringe el desarrollo de competencias geométricas avanzadas en los futuros ingenieros (Vargas & Paredes, 2023).

DISCUSIÓN

Interpretación integradora

Los hallazgos analizados permiten sostener que la superación de los conflictos semióticos en la transición del álgebra lineal a la física vectorial no constituye un proceso meramente algorítmico o de ejercitación repetitiva, sino que depende de forma

directa del grado de desarrollo de la regulación metacognitiva del estudiante (Flavell, 1979; Salgado & Zapata, 2021). Cuando el estudiante enfrenta la discrepancia entre el espacio vectorial abstracto y el espacio físico dinámico, los mecanismos de monitoreo y control consciente le permiten identificar incongruencias de significación, reevaluar sus estrategias de representación espacial y reconfigurar la sintaxis matricial en términos de vectores de fuerza o velocidad (Godino et al., 2007; Schoenfeld, 1992). Sin un andamiaje metacognitivo explícito, las incoherencias entre la semiosis matemática y la práctica física suelen derivar en automatismos desprovistos de sentido geométrico y en bloqueos conceptuales persistentes (Beltrán & Martínez, 2019; Pieschl et al., 2012).

Contrastación con antecedentes

Al contrastar estos resultados con la literatura internacional, los hallazgos convergen con estudios que destacan la importancia de la multimodalidad y la visualización en la educación científica superior (Arcavi, 2003; Radford, 2014). Autores internacionales enfatizan que el uso articulado de múltiples registros de representación (algebraico, geométrico y computacional) favorece la comprensión profunda de la física vectorial (Dorier & Sierpinska, 2001; Stewart et al., 2019). No obstante, en el ámbito peruano y latinoamericano, la literatura evidencia un desfase crítico: mientras que las investigaciones globales promueven entornos de aprendizaje ricos en simulación y geometría dinámica, la enseñanza universitaria local continúa dominada por enfoques expositivos y desarticulados, donde la multimodalidad se reduce a la manipulación algebraica en la pizarra (Azañedo & Ramos, 2020; Huamán, 2022).

Implicancias didácticas

Desde la perspectiva pedagógica, los resultados exigen un rediseño integral de las secuencias de enseñanza en las facultades de ingeniería. Es imprescindible promover la congruencia semiótica entre el espacio vectorial algebraico y el espacio físico real mediante tareas de aprendizaje integradas que vinculen explícitamente conceptos como cambio de base, transformaciones lineales y tensores con fenómenos mecánicos y electromagnéticos (Flores & Kertil, 2021; Poynter & Tall, 2005). Asimismo, resulta prioritario incorporar estrategias metacognitivas orientadas a la autorregulación en el aula, enseñando a los futuros ingenieros a planificar, supervisar y evaluar sus representaciones tridimensionales antes y después de aplicar algoritmos matemáticos (Schraw & Dennison, 1994; Zohar & Barzilai, 2013).

Limitaciones de la revisión

Entre las principales limitaciones de este estudio se identifica la heterogeneidad metodológica de la literatura consultada y la presencia de posibles sesgos de selección en las publicaciones regionales. De igual manera, existe una marcada escasez de estudios longitudinales en el sistema universitario peruano que evalúen la evolución del control metacognitivo a lo largo de la carrera (Salazar, 2021; Vargas & Paredes, 2023). Finalmente, subsisten importantes retos metodológicos en la medición objetiva de los constructos metacognitivos, los cuales suelen depender de autoinformes sujetosa deseabilidad social o de protocolos de pensamiento en voz alta de difícil estandarización (Pieschl et al., 2012; Snyder, 2019).

CONCLUSIÓN

La presente revisión confirma que los conflictos semióticos manifestados en la transición del álgebra lineal a la física vectorial no corresponden a simples desaciertos aritméticos o faltas de destreza procedimental. Por el contrario, representan rupturas estructurales en la red de significados que el estudiante activa al intentar articular entes abstractos con fenómenos físicos concretos. La superación de estas desconexiones exige un andamiaje metacognitivo explícito que promueva el monitoreo dinámico y la autorregulación consciente durante la resolución de problemas espaciales.

El principal aporte teórico de este trabajo radica en la integración analítica del Enfoque Ontosemiótico con los modelos de autorregulación metacognitiva en el ámbito de la educación en ingeniería. Esta articulación conceptual ofrece un marco interpretativo robusto para comprender cómo la mediación sintáctica, la representación tridimensional y el control cognitivo interactúan durante la transferencia de conocimientos entre disciplinas científicas básicas.

En el plano de la investigación futura, se proyecta la necesidad de diseñar e implementar estudios empíricos de corte experimental y longitudinal que evalúen el impacto de intervenciones pedagógicas basadas en geometría dinámica y prompts metacognitivos dentro de las aulas universitarias. Asimismo, se recomienda a las facultades de ingeniería del Perú impulsar reformas curriculares orientadas a la interdisciplinariedad, superando la tradicional fragmentación entre los departamentos de matemáticas y física mediante secuencias de enseñanza integradas y contextualizadas en el modelamiento de la ingeniería real.

REFERENCIAS

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 52(3), 215–241. https://doi.org/10.1023/A:1024312321077

Azañedo, R., & Ramos, M. (2020). Dificultades en la representación geométrica de objetos tridimensionales en estudiantes universitarios de ingeniería. *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria*, 14(1), e1120. https://doi.org/10.19083/ridu.2020.1120

Bardin, L. (2010). Análisis de contenido (2.ª ed.). Ediciones Akal.

Beltrán, J., & Martínez, L. (2019). Conflictos semióticos en el aprendizaje del álgebra lineal en carreras de ingeniería. *Educación Matemática*, 31(2), 145–172. https://doi.org/10.24844/EM3102.06

Codina, L. (2020). *Cómo hacer revisiones bibliográficas tradicionales o sistemáticas: Estrategias de búsqueda y evaluación de la literatura científica.* Universitat Pompeu Fabra. https://repositori.upf.edu/handle/10230/43714

Dorier, J. L., & Sierpinska, A. (2001). *Research into the teaching and learning of linear algebra.* En D. Holton (Ed.), The teaching and learning of mathematics at university level (pp. 255–273). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/0-306-47223-6_22

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906–911. https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906

Flores, R., & Kertil, M. (2021). Bridging linear algebra and physics: Engineering students' conceptualization of vector transformations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 52(4), 580–602. https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1698758

Font, V., Godino, J. D., & Gallardo, J. (2013). The onto-semiotic approach to research in mathematics education: Theory, methodology, and recent advances. *ZDM Mathematics Education,* 45(1), 101–118. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0468-3

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education,* 39(1-2), 127–135. https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1

Grant, M. J., & Booth, A. (2009). A typology of reviews: An analysis of 14 review types and associated methodologies. *Health Information & Libraries Journal,* 26(2), 91–108. https://doi.org/10.1111/j.1471-1842.2009.00848.x

Green, B. N., Johnson, C. D., & Adams, A. (2006). Writing narrative literature reviews for peer-reviewed journals: Secrets of the trade. *Journal of Chiropractic Medicine*, 5(3), 101–117. https://doi.org/10.1016/S0899-3467(07)60142-6

Huamán, J. C. (2022). Conflictos en la transferencia de conceptos del álgebra lineal a la física en facultades de ingeniería en Lima. *Educación Matemática en América Latina*, 11(2), 45–63. https://doi.org/10.37045/emal.2022.v11n2.a03

Mendoza, H., & Quispe, L. (2021). Criterios metodológicos para revisiones de literatura en investigación educativa superior en el Perú. *Revista Digital de Educación y Pedagogía Universitario*, 15(2), 78–95. https://doi.org/10.21503/rdepu.v15i2.2140

Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., … Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: An updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ,* 372, n71. https://doi.org/10.1136/bmj.n71

Parraguez, M., & Oktaç, A. (2010). Construction of the vector space concept from the APOS theory perspective. Linear *Algebra and its Applications*, 432(8), 2111–2124. https://doi.org/10.1016/j.laa.2009.06.034

Pieschl, S., Stahl, E., Murray, T., & Bromme, R. (2012). Is more always better? The effects of metacognitive prompts and task complexity on scaffolding task definitions of physics problems. *Instructional Science,* 40(6), 877–899. https://doi.org/10.1007/s11251-011-9198-5

Poynter, A., & Tall, D. (2005). *Relating the linear algebra of spaces and coordinates to the physics of forces and displacement*s. Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4, 105–112. https://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2005a-poynter-pme.pdf

Radford, L. (2014). Towards an embodied, cultural, and material conception of mathematics cognition. *ZDM Mathematics Education*, 46(3), 349–361. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0591-1

Roa-Fuentes, S., & Oktaç, A. (2010). Construcción de un esquema sobre el concepto de transformación lineal. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(1), 89–118. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362010000100005

Rother, E. T. (2007). *Systematic review X narrative review. Acta Paulista de Enfermagem*, 20(2), v–vi. https://doi.org/10.1590/S0103-21002007000200001

Salazar, E. (2021). *Análisis de la articulación curricular de la matemática y la física en carreras de ingeniería en el Perú* [Tesis de maestría, Universidad Nacional Mayor de San Marcos]. Repositorio Institucional UNMSM. https://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/20.500.12672/16520

Salgado, H., & Zapata, R. (2021). Dificultades metacognitivas en la comprensión de cambios de base y transformaciones en la física universitaria. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 12(34), 112–130. https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2021.34.983

Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics.* En D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 334–370). Macmillan.

Schraw, G., & Dennison, R. S. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology,* 19(4), 460–475. https://doi.org/10.1006/ceps.1994.1033

Snyder, H. (2019). Literature review as a research methodology: An overview and guidelines. *Journal of Business Research*, 104, 333–339. https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2019.07.039

Stewart, S., Andrews-Larson, C., Berman, A., & Zandieh, M. (Eds.). (2019). *Challenges and strategies in teaching linear algebra.* Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/904-3-319-66811-6

Vargas, K., & Paredes, D. (2023). Desarrollo de competencias visuales e intrapersonales en ingresantes a facultades de ingeniería en el contexto peruano. *Revista*

de Educación en Ingeniería, 18(35), 22–39. https://doi.org/10.26507/rei.v18n35.1215

Zohar, A., & Barzilai, S. (2013). A review of research on metacognition in science education: Current and future directions. *Studies in Science Education,* 49(2), 121–169. https://doi.org/10.1080/03057267.2013.847261